M. Grosser, E. Farkas, M. Kunzinger, R. Steinbauer, *On the Foundations of Nonlinear Generalized Functions I and II.* American Mathematical Society. Providence, RI, 2001. 95 pp. ISBN 0-8218-2729-4.

Distributionsteorin har gjort teorin för lineära partiella differentialekvationer mer enhetlig och lätthanterlig: familjen av distributionslösningar till en sådan ekvation har enklare egenskaper än familjen av klassiska lösningar. Men för icke-lineära ekvationer finns en allvarlig svårighet: man kan inte multiplicera distributioner. Detta visade Laurent Schwartz 1954. En enkel icke-lineär ekvation som $u' = u^2$ har ingen mening i distributionsteorin, eftersom man inte kan tolka kvadraten u^2.

Det finns därför ett intresse att skapa algebror som tillåter både derivation och multiplikation. Sådana introducerades av Jean François Colombeau 1984. Detta låter som en motsägelse: visade inte Schwartz att det är omöjligt?

Mer precist visade Schwartz att det är omöjligt att konstruera en algebra med derivation som innehåller distributionerna och vars multiplikation generaliserar multiplikationen av kontinuerliga funktioner. Men om man nöjer sig med att generalisera multiplikationen av glatta funktioner, så går det bra. Priset man får betala är alltså att den kontinuerliga funktionen som har värdet x^2 i punkten x inte är lika med kvadraten i algebran av den funktion som har värdet $|x|$.

En brist i Colombeaus konstruktion är att dessa algebror inte är invarianta under koordinatbyten. Man kan därför inte definiera dem på mångfalder. Colombeau och Alex Meril försökte 1994 introducera varianter av algebrorna som tillåter koordinatbyten (är invarianta under diffeomorfismer), men deras konstruktion var, som Jiří Jelínek upptäckte 1998, inte korrekt.

Som läsaren redan torde ha förstått är detta ingen enkel materia. Boken av Grosser och medförfattare redogör för Colombeaus algebror och konstruerar varianter av dem som är invarianta under diffeomorfismer. För att göra detta är det nödvändigt att ha en differentialkalkyl i oändligdimensionella rum. Författarna använder därvid en kalkyl som utvecklats av Alfred Fröhlicher, Andreas Kriegl och Peter W. Michor; en svensk läsare kan känna igen deras tillvägagångssätt som det som en gång förespråkades av Hans Rådström (1919–1970). Metoden innebär att en avbildning från ett rum E till ett annat F definieras som glatt om den tar glatta kurvor $\mathbf{R} \to E$ till glatta kurvor $\mathbf{R} \to F$ genom sammansättning; begreppet glatt kurva är inte problematiskt.

Om Schwartz' teori kan sägas vara en lineär teori för generaliserade funktioner, så har Colombeau skapat en icke-lineär teori för generaliserade funktioner. Den nu anmälda boken presenterar alla tänkbara konstruktioner av algebror av Colombeaus typ som tål koordinatbyten och ger en pålitlig översikt av många viktiga algebror av generaliserade funktioner.

Professor Christer Kiselman · Uppsala universitet · Matematiska institutionen · Box 480 · 751 06 Uppsala